

ΛΥΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

17/01/21

ΖΗΤΗΜΑ Α

A1) 1) Α 2) Σ 3) Α 4) Α 5) Σ

A2) 1) Ψευδής γιατί μπορεί  $\alpha = 0$  οπότε  $2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$  ή ρίζα

2)  $|x| = x - 3$ ,  $x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 3$

$x = x - 3$  ή  $x = -x + 3$

$0x = -3$  αδυν.  $2x = 3 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$  άνορ.

A3)  $\alpha \cdot \gamma < 0 \Leftrightarrow -4\alpha\gamma > 0$   
 $\beta^2 \geq 0$  }  $\Leftrightarrow \beta^2 - 4\alpha\gamma > 0 \Leftrightarrow \Delta > 0$

Άρα έχει δύο ρίζες πραγματικές & άνισες

ΖΗΤΗΜΑ Β

B1) A)  $1^2 - (k-1) \cdot 1 + 6 = 0 \Leftrightarrow 1 - k + 1 + 6 = 0 \Leftrightarrow k = 8$

B)  $x^2 - 7x + 6 = 0$

$\Delta = 49 - 24 = 25$ ,  $x_{1,2} = \frac{7 \pm 5}{2} \xrightarrow{\text{C}} \text{C}$   
 $\hookrightarrow \text{D}$

B2) A)  $|2x - 1| = 3 \Leftrightarrow$

$\begin{cases} 2x - 1 = 3 \\ 2x - 1 = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 4 \\ 2x = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$

B) Είναι  $\alpha < \beta$  άρα  $\alpha = -1$  ή  $\beta = 2$

$-x^2 + 2x + 3 = 0$ ,  $\Delta = 4 + 12 = 16$ ,  $x_{1,2} = \frac{-2 \pm 4}{-2} \xrightarrow{\text{C}} \text{C}$   
 $\hookrightarrow \text{D}$

ΖΗΤΗΜΑ Γ

Γ1)

$\Rightarrow 2x - \frac{5-x}{3} = -\frac{5}{3} + \frac{7x}{3} \Leftrightarrow 6x - (5-x) = -5 + 7x \Leftrightarrow$

$6x - 5 + x = -5 + 7x \Leftrightarrow 6x + x - 7x = -5 + 5 \Leftrightarrow 0x = 0$  ταυτότητα



$$2) \quad x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2(x-2) - (x-2) = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x^2-1) = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-1)(x+1) = 0 \Leftrightarrow (x-2=0 \vee x-1=0 \vee x+1=0) \Leftrightarrow x=2 \vee x=1 \vee x=-1$$

$$3) \quad x^4 + 6x^2 - 40 = 0, \text{ θέτω } x^2 = \omega, \omega > 0 \text{ και } x^4 = \omega^2$$

οπότε  $\omega^2 + 6\omega - 40 = 0$

$$\Delta = 36 + 160 = 196, \omega_{1,2} = \frac{-6 \pm 14}{2} \rightarrow 4$$

$\hookrightarrow -10$  άνοη.

και  $x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$

$$4) \quad \frac{2}{x} + \frac{2x-3}{x-2} + \frac{2-x^2}{x^2-2x} = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{x} + \frac{2x-3}{x-2} + \frac{2-x^2}{x(x-2)} = 0$$

ΕΚΠ =  $x(x-2)$  πρέπει  $x(x-2) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0 \vee x \neq 2$

$$x(x-2) \frac{2}{x} + x(x-2) \frac{2x-3}{x-2} + x(x-2) \frac{2-x^2}{x(x-2)} = 0 \Leftrightarrow$$

$$2(x-2) + x(2x-3) + 2-x^2 = 0 \Leftrightarrow 2x-4+2x^2-3x+2-x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2-x-2 = 0$$

$$\Delta = 1+8=9, x_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{2} \rightarrow 2 \text{ άνοη.}$$

$\hookrightarrow (-1)$

$$\Gamma 2) \quad 2x^2 + (x-9)x + x^2 + 3x + 4 = 0$$

πρέπει  $\Delta = 0 \Leftrightarrow (x-9)^2 - 4 \cdot 2(x^2 + 3x + 4) = 0 \Leftrightarrow$

$$x^2 - 18x + 81 - 8x^2 - 24x - 32 = 0 \Leftrightarrow -7x^2 - 42x + 49 = 0$$

$$-x^2 - 6x + 7 = 0$$

$$\Delta' = 36 + 28 = 64, x_{1,2} = \frac{6 \pm 8}{-2} \rightarrow \begin{matrix} (-7) \\ (1) \end{matrix}$$



ΖΗΤΗΜΑ Δ

Δ1) Α)  $3x^2 - 10x + 9 = 0$ ,  $\Delta = 100 - 3 \cdot 36 = -8 < 0$  αδύνατη  
 $3x^2 - 11x + 9 = 0$ ,  $\Delta = 121 - 108 = 13$   
 $x_{1,2} = \frac{11 \pm \sqrt{13}}{6}$

Β) Έστω  $x=0$  ρίζα της ①, τότε συν ενδιάμεση  
 Για  $x=0$ :  $\frac{0}{3x^2-10x+9} = \frac{0}{3x^2-11x+9} - 1 \Leftrightarrow 0 = -1$  αβωτο  
 άρα  $x$  όχι ρίζα

Γ)  $\frac{4x}{3x^2-10x+9} = \frac{3x}{3x^2-11x+9} - 1$  πρέπει  $x \neq \frac{11 \pm \sqrt{13}}{6}$

Επειδή  $x \neq 0$  διαιρώ με  $x$  αριθμητή & παρονομαστή & έχω

$\frac{4}{3x-10+\frac{9}{x}} = \frac{3}{3x-11+\frac{9}{x}} - 1 \Leftrightarrow \frac{4}{3x+\frac{9}{x}-10} = \frac{3}{3x+\frac{9}{x}-11} - 1$

Θέτω  $3x + \frac{9}{x} = w$  άρα

$\frac{4}{w-10} = \frac{3}{w-11} - 1 \Leftrightarrow 4(w-11) = 3(w-10) - (w-10)(w-11) \Leftrightarrow$

$4w - 44 = 3w - 30 - w^2 + 11w + 10w - 110 \Leftrightarrow$

$w^2 - 20w + 96 = 0$

$\Delta = 400 - 384 = 16$ ,  $w_{1,2} = \frac{20 \pm 4}{2} \rightarrow \begin{matrix} 12 \\ 8 \end{matrix}$

άρα  $\cdot 3x + \frac{9}{x} = 12 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$   
 $\Delta' = 16 - 12 = 4$   $x_{1,2} = \frac{4 \pm 2}{2} \rightarrow \begin{matrix} ③ \\ ① \end{matrix}$

$\cdot 3x + \frac{9}{x} = 8 \Leftrightarrow 3x^2 - 8x + 9 = 0$ ,  $\Delta = 64 - 108 < 0$  αδύνατη  
 άρα  $x=1$  ή  $x=3$



$$\Delta 2) (\lambda^3 + 10)x^2 + (2\lambda^3 + 4)x + \mu^2 + 4\mu + 22 = 0$$

Έχει διπλή ρίζα το 3 άρα  $-\frac{b}{2a} = 3 \Leftrightarrow$

$$-\frac{2\lambda^3 + 4}{2(\lambda^3 + 10)} = 3 \Leftrightarrow -2\lambda^3 - 4 = 6\lambda^3 + 60 \Leftrightarrow 8\lambda^3 = -64 \Leftrightarrow$$

$$\lambda^3 = -8 \Leftrightarrow \boxed{\lambda = -2}$$

$$\text{Για } \lambda = -2 : 2x^2 - 12x + \mu^2 + 4\mu + 22 = 0$$

Επειδή έχει διπλή ρίζα τότε

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow 144 - 4 \cdot 2 (\mu^2 + 4\mu + 22) = 0 \Leftrightarrow$$

$$144 - 8\mu^2 - 32\mu - 176 = 0 \Leftrightarrow -8\mu^2 - 32\mu - 32 = 0 \Leftrightarrow$$

$$-\mu^2 - 4\mu - 4 = 0 \Leftrightarrow \mu^2 + 4\mu + 4 = 0 \Leftrightarrow (\mu + 2)^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\mu + 2 = 0 \Leftrightarrow \boxed{\mu = -2}$$